

Dowód na to, że x modulo 3 = $S(x)$ modulo 3:

Dowolną liczbę wielocyfrową można zapisać w postaci:

$$x = a_n * 10^n + a_{n-1} * 10^{n-1} + \dots + a_0$$

Gdzie a_n to kolejne cyfry liczby, a n to indeks cyfry w liczbie x .

Przykładowo $12345 = 1 * 10^4 + 2 * 10^3 + 3 * 10^2 + 4 * 10^1 + 5$.

Po prostym przekształceniu:

$$x = a_n * (10^{n-1} - 1) + a_n + a_{n-1} * (10^{n-1} - 1) + \dots + a_0$$

$$x = a_n * (10^{n-1} - 1) + a_{n-1} * (10^{n-1} - 1) + \dots + a_n + a_{n-1} + \dots + a_0$$

$$x = (a_n + a_{n-1} + \dots + a_1) * (10^{n-1} - 1) + a_n + a_{n-1} + \dots + a_0$$

Składnik mnożony przez $(10^{n-1}-1)$ jest podzielny przez 3, bo $(10^{n-1}-1)$ jest podzielne przez 3.

Pomniejszenie x o ten składnik nie zmieni reszty z dzielenia. Natomiast **składnik** będący sumą $a_n + a_{n-1} + \dots + a_0$ to właśnie suma cyfr $S(x)$, zatem da ona resztę z dzielenia taką samą jak x .